

Урок 8

Тема: Найпростіші наслідки з аксіом стереометрії.

Підручник з математики для 10 класу § 20-21

Доброго дня. Ви продовжуєте вивчати основні поняття стереометрії.

Давайте перевіримо, як ви засвоїли тему попереднього уроку та перевіримо відповіді домашнього завдання.

27.5.

1) $m \cap \alpha = E$

2) $E \in m$

3) $FD \in \alpha$

4) $F \in \alpha$

5) $D \in \alpha$

27.8. Можна провести нескінченно багато площин.

Теоретична частина

Сьогодні ви не лише пригадаєте основні аксіоми, а й познайомитеся з наслідками з аксіом стереометрії. Для початку давайте пригадаємо аксіоми:

Аксіоми:

1. У просторі існує принаймні одна площина і точка, яка їй не належить.
2. Якщо дві різні площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, яка проходить через цю точку.
3. Якщо дві точки прямої належать площині, то і вся пряма лежить у цій площині.
4. Через будь-які три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину і до того ж тільки одну.

Пригадаємо деякі теореми:

1. Теорема 1. Через пряму і точку, що не лежить на ній, можна провести площину і до того ж тільки одну.
2. Теорема 2. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести площину і до того ж тільки одну.

Наслідки з аксіом:

1. Через пряму і точку, що не лежить на ній, можна провести

площину, при тому тільки одну.

2. Через дві прямі, що перетинаються, можна провести площину, притому тільки одну.

Практична частина

Розглянемо завдання з підручника:

27.14. Точка M — спільна точка двох площин ABC і BCD . Знайдіть відрізок BC , якщо $BM = 4$ см, $MC = 7$ см.

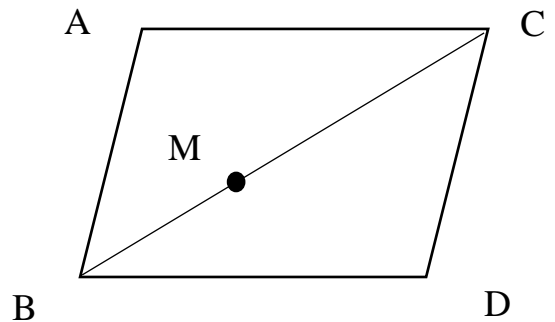
Розв'язання

$$ABC \cap BCD = BC$$

Тоді $M \in BC \Rightarrow M \in ABC, M \in BCD$

Тоді $BC = BM + MC = 4 + 7 = 11$ см.

Відповідь: $BC = 11$ см.



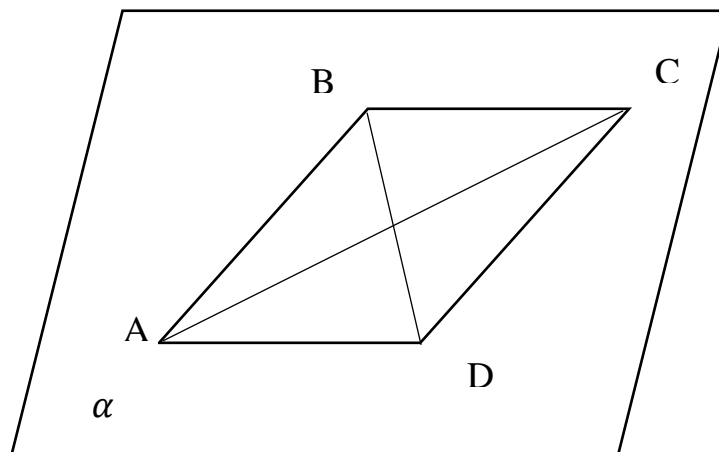
Приклад 1

Дано відрізки, що перетинаються, AC і BD . Довести, що всі відрізки AB , BC , CD , DA знаходяться на одній площині.

Розв'язання

1) З другої теореми випливає, що через AC і BD можна провести тільки одну площину, яку позначимо α . Це означає, що точки A, B, C і D належать площині α .

2) З третьої аксіоми випливає, що всі точки прямих AB , BC , CD і DA належать площині. Тому всі відповідні відрізки лежать на площині α .



Приклад 2

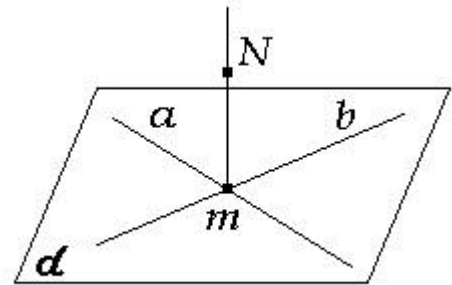
Чи можна через точку перетину двох прямих провести третю пряму яка не лежить з ними на одній площині?

Розв'язання

Нехай прямі a і b перетинаються в точці m . Тоді згідно аксіоми С-3, через них можна провести площину α . За аксіомою С-1 завжди існують точки, які не належать площині α .

Візьмемо точку N , що не належить площині α .

Через дві точки можна провести пряму. Сполучимо точками N . Пряма mN не належить площині α , але проходить через точку перетину прямих a і b . Отже, через точку перетину двох прямих можна провести третю пряму, яка не лежить з ними в одній площині.

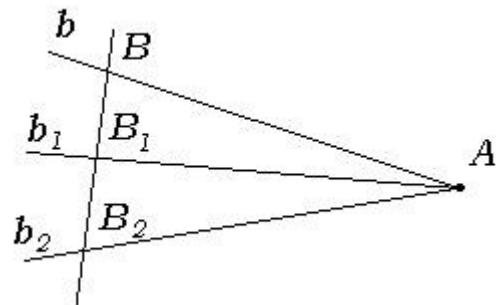


Приклад 3

Доведіть, що всі прямі, які перетинають дану пряму проходять через дану точку поза прямою, лежать в одній площині.

Розв'язання

Нехай дано точку A і пряму a . Через дані пряму і точку можна провести площину. Нехай через точку A проходять прямі b , b_1 , b_2 , які перетинають пряму a , в точках B , B_1 , B_2 . Але всі точки прямої a



належать площині α . Отримали, що кожна з даних прямих має з площиною дві спільні точки. Отже, прямі b , b_1 , b_2 лежать в площині α .

Очевидно, що будь-яка пряма, яка проходить через точку A і перетинає пряму a , лежить в площині α .

Домашнє завдання:

Виконати інтерактивну вправу: <https://cutt.ly/VXyPY8g>

Виконати додаткові завдання:

2. Додаткові завдання

- 1) Чи однакові за змістом висловлювання «пряма належить площині» і «пряма і площина мають спільну точку»?
- 2) Пряма a не лежить у площині α . Чи може ця пряма мати з площиною:
 - а) одну спільну точку;
 - б) дві спільні точки;
 - в) 1000 спільних точок?
- 3) Скільки різних площин можна провести через:
 - а) центр і діаметр кола;
 - б) центр і хорду кола?
- 4) Через точку проведено чотири прямі, жодні три з яких не лежать в одній площині. Скільки різних площин можна провести через ці прямі, беручи їх попарно?

Перевір себе (відповіді до додаткових завдань):

- 1) Якщо дві точки прямої належать площині, то й уся пряма міститься в цій площині. Із цієї теореми випливає, що пряма a може лежати в площині, а може і не належати площині α . Якщо пряма і площина мають лише одну спільну точку, то кажуть, що вони *перетинаються*.
- 2) а) Так
б) Ні
в) Ні
- 3) а) Безліч
б) Якщо хорда є діаметром, то безліч, якщо ні, то одну.
- 4) Якщо три прямі брати попарно (три пари), то за теоремою про існування і єдиність площини, яка проходить через дві прямі, що перетинаються, можна провести три різні площини.

Бажаю успіхів! ☺